Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Abril - Agosto 2002

Nombre: ____________________

Carnet: ____________ Sección: _____

MA-1116—Tercer Parcial (recuperación)—

1. Dado el subespacio H de R^4, definido por: (8 pts.)
$H = gen\{(1,1,0,1),\ (2,-1,0,0)\ (0,1,1,0),\ (3,1,1,1)\}$,

   a) halle una base para el complemento ortogonal de H;

   b) halle $proyH(v)$, siendo $v = (0,0,1,1)$.

2. De cierta transformación lineal $T : R^2 \to R^3$, se conoce que: (8 puntos.)
$T(1,2) = (1,2,3),\ T(2,2) = (0,-1,1)$;

   a) halle la matriz asociada a T
   (con referencia a las bases canónicas (naturales) en $R^2,\ R^3$);

   b) halle $T(3,8)$;

   c) halle rango y nulidad de T.

3. En el espacio vectorial de los polinomios de grado ≤ 2, P_2, se define el (7 puntos)
producto interno: $\langle\ p(x), q(x)\ \rangle = \int_0^1 2x \cdot p(x) \cdot q(x)dx$;
Determine que condiciones deben cumplir las constantes a, b, para que el polinomio $f(x) = a + bx^2$ sea ortogonal al polinomio $q(x) = 1 + x$.

4. Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, (7 puntos)

   a) halle sus autovalores y autoespacios (es decir: los valores característicos y los espacios característicos);

   b) diga, justificando con detalle, si A es o no es diagonalizable;

   c) diga, justificando si A es o no semejante a la matriz $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

5. Demuestre que si A, B son matrices de tamaño $n \times n$, semejantes, entonces necesariamente $det(A) = det(B)$. (5 puntos.)